Húrmódszer – gyökkeresés deriválás nélkül

Numerikus módszerek | Rövid bemutató

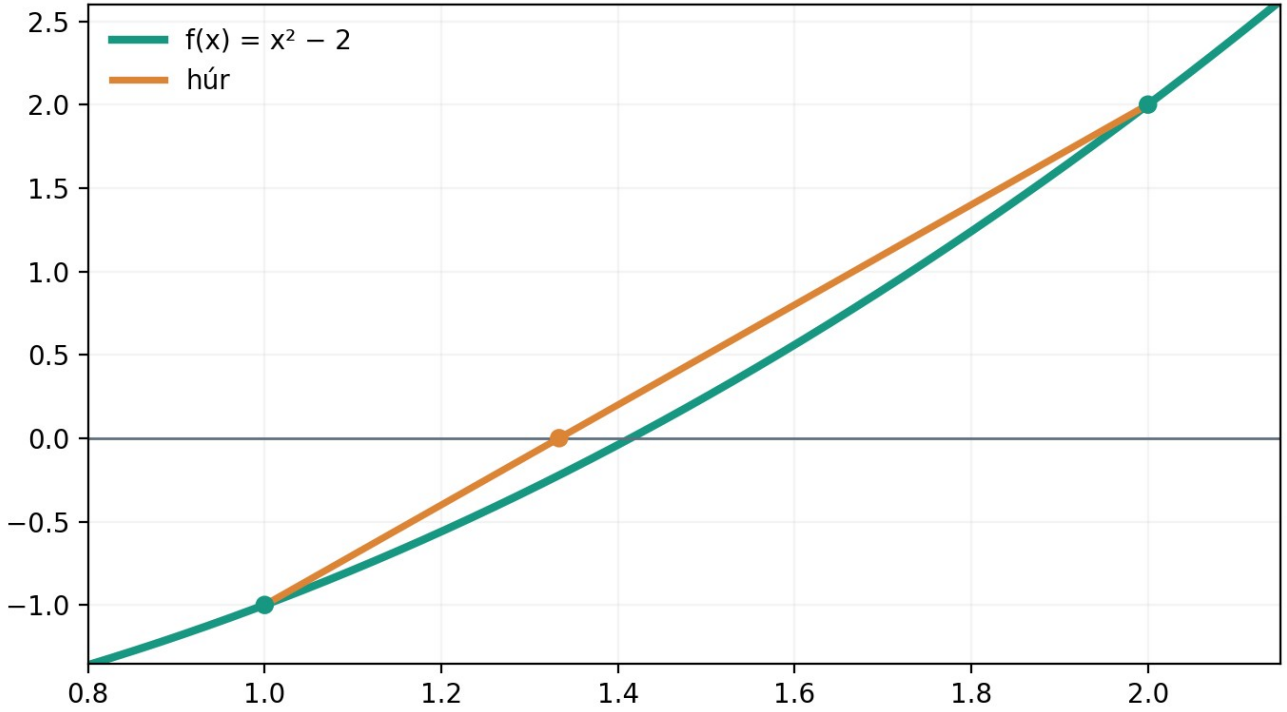
$$f(x) = x^2 - 2 = 0$$

Cél: a pozitív gyök közelítése számológéppel.

Az alapötlet

Két függvénypontot összekötünk egy húrral.

A húr x-tengelymetszete az új gyökközelítés.



A húrmódszer képlete

$$c_k = a_k - \frac{f(a_k)(b_k - a_k)}{f(b_k) - f(a_k)}$$

1. Közelítés

Számoljuk ki a húr metszéspontját.

2. Intervallumfrissítés

Az előjelek alapján megtartjuk a gyököt közrezáró két végpontot.

Példa: az első iteráció

$$f(x) = x^2 - 2, \quad a_0 = 1, \quad b_0 = 2$$

$$f(1) = -1, \quad f(2) = 2$$

$$c_1 = 1 - \frac{(-1)(2-1)}{2-(-1)} = \frac{4}{3}$$

$c_1 \approx 1{,}33333333$; $f(c_1) < 0$, ezért az új bal végpont c_1.

Az iterációk eredményei

A pozitív gyök: $\sqrt{2} \approx 1{,}414213562$

Iteráció (k)	Közelítés (c_k)	Abszolút hiba
1	1,33333333	0,08088023
2	1,40000000	0,01421356
3	1,41176471	0,00244886
4	1,41379310	0,00042046
5	1,41414141	0,00007215
6	1,41420118	0,00001238
7	1,41421144	0,00000212
8	**1,41421320**	**0,00000036**

Casio számológépen

Kezdőértékek tárolása

A = 1

B = 2

Használd a STO funkciót!

Iteráció ismétlése

Számítsd ki C-t, majd nézd meg f(C) előjelét.

Ha f(A)·f(C) < 0, B = C; különben A = C.

$$C = A - \frac{(A^2 - 2)(B - A)}{B^2 - A^2}$$

Összegzés

A húrmódszer előnyei

- Nem kell deriválni.
- A gyök végig a vizsgált intervallumban marad.
- Egyszerű számológéppel is végrehajtható.

A példában 8 iteráció után a hiba már kisebb, mint 10^{-6}.